

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 다항식 $A=x^2-1$, $B=x^2+2x+7$ 에 대하여 $2A+B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $2x^2-2x+5$ ② $2x^2+2x+5$ ③ $3x^2-2x+5$
- ④ $3x^2+2x+5$ ⑤ $3x^2+4x+5$

2. 두 집합

$$A = \{1, 2, 4, 6\}, B = \{2, 4, 5\}$$

에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. $\log_2 8 + \log_2 \frac{1}{2}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

4. $(1+2i)(1-2i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ $2+2i$ ⑤ $3+4i$

5. 다항식 $2x^3 - 3x + 4$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 두 직선 $x+y+2=0$, $(a+2)x-3y+1=0$ 이 서로 수직일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

7. 연립부등식

$$\begin{cases} 2x-7 \geq 0 \\ x^2-5x-14 < 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

8. x 에 대한 이차방정식

$$(a^2-9)x^2 = a+3$$

이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 10보다 작은 자연수 a 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

수학 영역(가형)

3

9. 두 실수 a, b 에 대하여

$$a+b=2, 2^{\frac{a}{2}}-2^{\frac{b}{2}}=3$$

일 때, 2^a+2^b 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

10. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p: (x-1)(x-1-a) \leq 0,$$

$$q: -3 < x \leq 7$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 부등식 $|3x-2| \leq x+6$ 의 해가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, $\alpha+\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

12. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 곡선 $y=-\frac{2}{x}$ 를 평행이동한 것이고 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다. 함수 $f(x)$ 의 정의역이 $\{x|x \neq -2 \text{인 모든 실수}\}$ 일 때, $f(4)$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② $-\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{5}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{3}$

13. 첫째항이 20인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = a_n + a_{n+1} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이라 하자. $a_{10} = b_{10}$ 일 때, b_8 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

14. x 에 대한 방정식

$$(1+x)(1+x^2)(1+x^4) = x^7 + x^6 + x^5 + x^4$$

의 세 근을 각각 α, β, γ 라 할 때, $\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 7 ③ 11 ④ 15 ⑤ 19

15. $\sqrt[3]{8}$ 이 어떤 자연수 N 의 n 제곱근이 되도록 하는 두 자리 자연수 n 의 개수는? [4점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

16. 두 메뉴 A, B를 판매하는 어느 식당이 있다. 다음은 두 메뉴 1인분을 각각 만드는 데 사용되는 두 재료 S, T의 양과 두 메뉴 1인분의 판매 가격을 표로 나타낸 것이다.

메뉴	재료 S	재료 T	판매 가격
A	100g	50g	2만 원
B	50g	150g	2만 2천 원

재료 S, 재료 T의 가격은 10g당 각각 600원, 400원이고 이 식당에서 하루에 사용할 수 있는 재료 S와 재료 T의 구입 비용의 합은 최대 30만 원이다. 이 식당에서 두 메뉴 A, B를 합하여 하루 최대 35인분을 만들 수 있을 때, 하루 동안 두 메뉴 A, B를 판매하여 얻을 수 있는 판매 금액의 최댓값은? [4점]

- ① 72만 원 ② 73만 원 ③ 74만 원
④ 75만 원 ⑤ 76만 원

수학 영역(가형)

7

17. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+n\} = \frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{24} \dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다.

(i) $n=1$ 일 때,
 (좌변) = (우변) = (가) 이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+m\} = \frac{m(m+1)(m+2)(3m+1)}{24}$$

이다. $n=m+1$ 일 때, (*)이 성립함을 보이자.

$$\sum_{k=1}^{m+1} k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+(m+1)\} = \sum_{k=1}^m k\{k+(k+1)+(k+2)+\dots+(m+1)\} + \text{(나)}$$

$$= \text{(다)} + \frac{m(m+1)^2}{2} + \text{(나)}$$

$$= \frac{(m+1)(m+2)(m+3)(3m+4)}{24}$$

따라서 $n=m+1$ 일 때도 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를 a , (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $a+f(2)+g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 35 ② 36 ③ 37 ④ 38 ⑤ 39

18. 다항식 $f(x) = (x^2 - 7x + 11)(x^2 + 3x + 3)$ 에 대하여 두 집합 A , B 를

$$A = \{f(n) \mid n \text{은 } 20 \text{ 이하의 자연수}\},$$

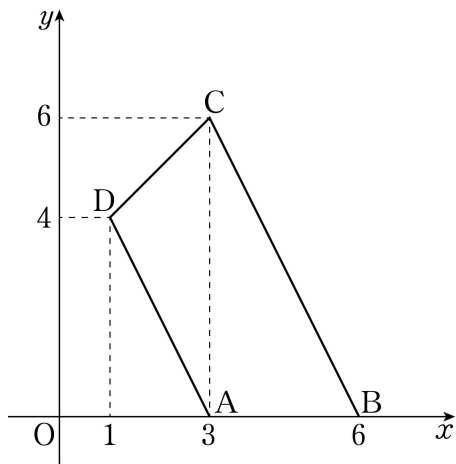
$$B = \{m \mid m \text{은 } 100 \text{ 이하의 소수}\}$$

라 할 때, $n(A \cap B)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 좌표평면 위의 네 점 $A(3, 0)$, $B(6, 0)$, $C(3, 6)$, $D(1, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형 $ABCD$ 에서 선분 AD 를 1:3으로 내분하는 점을 지나는 직선 l 이 사각형 $ABCD$ 의 넓이를 이등분한다. 직선 l 이 선분 BC 와 만나는 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{13}{2}$ ② 7 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{17}{2}$



20. 좌표평면 위의 두 곡선

$$y = -\sqrt{kx+2k}+4, \quad y = \sqrt{-kx+2k}-4$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, k 는 0이 아닌 실수이다.) [4점]

— < 보 기 > —

ㄱ. 두 곡선은 서로 원점에 대하여 대칭이다.
 ㄴ. $k < 0$ 이면 두 곡선은 한 점에서 만난다.
 ㄷ. 두 곡선이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 k 의 최댓값은 16이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 다음 조건을 만족시키는 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(3)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값은? [4점]

(가) 부등식 $f\left(\frac{1-x}{4}\right) \leq 0$ 의 해가 $-7 \leq x \leq 9$ 이다.
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $f(x) \geq 2x - \frac{13}{3}$ 이 성립한다.

- ① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{11}{6}$ ③ $\frac{23}{12}$ ④ 2 ⑤ $\frac{25}{12}$

단답형

22. 첫째항이 $\frac{1}{2}$ 이고 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_6 의 값을 구하시오. [3점]

23. 이차방정식 $x^2 + 8x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$ 의 값을 구하시오. [3점]

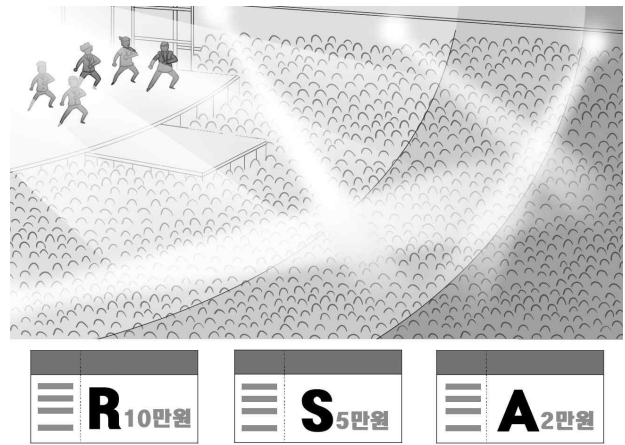
24. 두 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x$, $g(x) = 2x + 5$ 에 대하여 $(g \circ f^{-1})(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 점 $(0, 3)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 접선이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 k 라 할 때, $16k^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 어느 인기 그룹의 공연을 준비하고 있는 기획사는 다음과 같은 조건으로 총 1500장의 티켓을 판매하려고 한다.

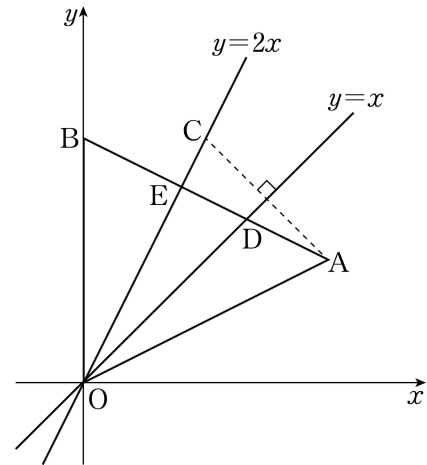
- (가) 티켓의 종류는 R석, S석, A석 세 가지이다.
- (나) R석, S석, A석 티켓의 가격은 각각 10만 원, 5만 원, 2만 원이고, A석 티켓의 수는 R석과 S석 티켓의 수의 합과 같다.

티켓 1500장을 모두 판매한 금액이 6000만 원이 되도록 하기 위해 판매해야 할 S석 티켓의 수를 구하시오. [4점]



27. 집합 $X = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 는 일대일 대응이다. $3 \leq n \leq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $f(n)f(n+2)$ 의 값이 짝수일 때, $f(3)+f(7)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 좌표평면 위에 제1사분면의 점 A와 y 축 위의 점 B에 대하여 $\overline{AB} = \overline{AO} = 2\sqrt{5}$ 인 이등변삼각형 OAB가 있다. 점 A를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C라 하면 점 C는 직선 $y=2x$ 위의 점이다. 선분 AB가 두 직선 $y=x$, $y=2x$ 와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, 삼각형 ODE의 외접원의 둘레의 길이를 $k\pi$ 라 하자. $9k^2$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



29. 함수 $f(x) = x^2 + 2x - 8$ 에 대하여 부등식

$$\frac{|f(x)|}{3} - f(x) \geq m(x-2)$$

를 만족시키는 정수 x 의 개수가 10이 되도록 하는 양수 m 의 최솟값을 구하시오. [4점]

30. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 수열 $\{a_n\}$ 의 모든 항은 정수이다.
 (나) a_7, a_8, a_k 가 이 순서대로 등비수열을 이루도록 하는 8보다 큰 자연수 k 가 존재한다.

$a_k = 144$ 가 되도록 하는 모든 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.